

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2021 – 2022 учебный год

7 КЛАСС

1. В трёх ящиках лежит по одному шарик: белый, красный и синий. На первом ящике надпись «белый», на втором — «красный», а на третьем — «белый или синий». Ни одна надпись не соответствует действительности. Где что находится?
2. Решить числовой ребус
$$\text{УДАР} + \text{УДАР} = \text{ДРАКА}$$
где разные буквы означают разные цифры.
3. Найти наибольшее натуральное число без повторений цифр, в котором произведение любых двух подряд идущих цифр делится на 6.
4. Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых сумма цифр кратна десяти?
5. Разрезать прямоугольник 3×9 на 8 квадратов.

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2021 – 2022 учебный год

8 КЛАСС

1. В трёх одинаковых коробках лежат по два шарика: в одной — два белых, в другой — два чёрных, в третьей — белый и чёрный. На каждой коробке есть табличка: на одной изображены два белых шарика, на другой — два чёрных, на третьей — белый и чёрный. Известно, что содержимое каждой коробки не соответствует табличке. Как, вынув только один шарик только из одной коробки, установить содержимое каждой из коробок?
2. Дана таблица 6×3 . В каждую её клетку вписывается число 0 или 1. Если на пересечении каких-то двух строк с какими-то двумя столбцами все четыре числа получаются одинаковыми, то считаем, что таблица заполнена неудачно. Можно ли так заполнить таблицу, чтобы этого явления избежать?
3. Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля с постоянными скоростями. За один час до приезда первого в B и за четыре часа до приезда второго в A они встретились. Найти отношение скоростей автомобилей.
4. В выпуклом четырехугольнике проведены биссектрисы всех его углов. Может ли каждая из сторон четырехугольника пересекаться какой-либо биссектрисой в точке, отличной от вершины?
5. Можно ли разрезать квадрат 5×5 на прямоугольники двух видов: 1×4 и 1×3 , чтобы получилось ровно 8 прямоугольников?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2021 – 2022 учебный год

9 КЛАСС

1. Дано двузначное число, у которого первая цифра больше второй. Его цифры переставили, и получили новое двузначное число. Разность первого и второго числа оказалась точным квадратом. Сколько имеется всевозможных двузначных чисел, удовлетворяющих условию?
2. Дана таблица 7×3 . В каждую её клетку вписывается число 0 или 1. Если на пересечении каких-то двух строк с какими-то двумя столбцами все четыре числа получаются одинаковыми, то считаем, что таблица заполнена неудачно. Можно ли так заполнить таблицу, чтобы этого явления избежать?
3. Между цифрами числа 987654321 надо расставить знаки + так, чтобы в сумме получилось 99. Сколькими способами этого можно добиться?
4. На плоскости дано 10 различных точек. Рассмотрели середины всех отрезков, соединяющих все пары точек. Какое наименьшее количество середин при этом могло возникнуть?
5. Имеется клетчатое поле 10×10 для игры в “морской бой”. В данном случае игра происходит по необычным правилам, и разрешается использовать только корабли размером 1×2 , располагаемые как горизонтально, так и вертикально. Какое наибольшее число этих кораблей можно разместить на таком поле, если корабли не должны выходить на границу квадрата, а между собой не могут соприкасаться даже в точке?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

**Всероссийская олимпиада школьников по
математике**

II (муниципальный) этап

2021 – 2022 учебный год

10 КЛАСС

1. За круглым столом сидят 12 человек. Часть из них является рыцарями, всегда говорящими правду, а оставшаяся часть — лжецами, которые всегда лгут. Каждый из сидящих объявил лжецом своего соседа, сидящего слева. Можно ли наверняка утверждать, сколько за столом было рыцарей, и сколько лжецов?
2. Найти наименьшее натуральное число, которое оканчивается на 56, делится на 56, и имеет сумму цифр, равную 56.
3. Рассмотрим функцию $f(x) = \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{3-x}$, заданную на числовой прямой. При каких x значение функции является целым числом?
4. Пусть AK — биссектриса треугольника ABC , а L — точка пересечения биссектрис этого треугольника. Доказать, что $AL > LK$.
5. Петя и Вася играют в игру, по очереди называя ненулевые десятичные цифры. Нельзя называть цифру, которая является делителем какой-то из уже названных кем-либо. Проигрывает тот, у кого нет хода. Начинает Петя. Кто выигрывает при правильной игре обеих сторон?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

**Всероссийская олимпиада школьников по
математике**

II (муниципальный) этап

2021 – 2022 учебный год

11 КЛАСС

1. Не используя калькуляторов и прочих вычислительных средств, выяснить, какое из двух чисел больше:

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{или} \quad \sqrt[6]{18}?$$

2. Имеется четыре старых советских медных монеты достоинством 1 коп., 2 коп., 3 коп. и 5 коп. Вес каждой из монет в граммах должен быть численно равен её достоинству. Известно, что одна из монет является бракованной, и по весу она отличается от нормальной. Как при помощи двух взвешиваний на чашечных весах без гирь определить бракованную монету?
3. Рассмотрим функцию $f(x) = \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{3-x}$, заданную на числовой прямой. При каких x значение функции является целым числом?
4. Можно ли, используя только три различные цифры, составить 16 трехзначных чисел таких, что все 16 чисел при делении на 16 дают различные остатки? (Не обязательно, чтобы каждое трехзначное число состояло из разных цифр.)
5. Равнобедренный треугольник ABC с вершиной B вписан в окружность радиуса R . В него вписана окружность радиуса r . В сегмент, ограниченный хордой AB и меньшей из дуг, вписана другая окружность, радиус которой также равен r . Найти отношение $R : r$.

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35